



3.02	Medžiagų stiprumo pagrindai	IWE
------	-----------------------------	-----

Turinys

1. Bendros nuostatos	3
2. Stiprumo teorijų pagrindinės sąvokos	3
3. Medžiagų būviai ir charakteristikos	6
4. Pratybų užduotys	10
5. Literatūra	10

3 dalis.

SUVIRINIMO KONSTRUKCIJŲ PROJEKTAVIMAS

3.02 Medžiagų stiprumo pagrindai

Vilnius

2007

1. Bendros nuostatos

Irimo teorijų paskirtis, nustatyti ekvivalentinį įtempimą „S“ (esant bet kokiam įtempimų būviui), veikiant apibendrintai apkrovai „F“ ir jam atitinkantį medžiagos apibendrintą pasipriešinimą „R“, išlaikant sąlygą, kad poveikis neviršytų pasipriešinimo galimybių.

$$S/R \leq 1$$

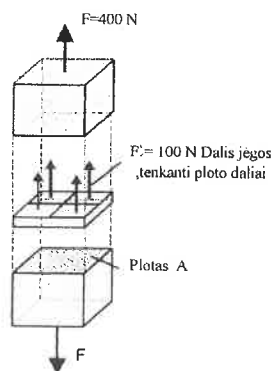
Panaudojant tam tikrus stiprumo parametrus, konstrukcijų ypatumus (pavyzdžiui, plieninėms konstrukcijoms, kranams, mašinoms, transporto priemonėms) arba atskirų konstrukcinių elementų (pavyzdžiui, velenų, slėgimo indų, vamzdinių, korpusų), siekiama užtikrinti konstrukcijos eksploatacinį saugumą ir patikimumą per visą eksploatacinį laikotarpį.

Tuo pačiu siekiama ne tik konstrukcijos, bet ir jos elementų medžiagų ir gamybos technologijos ekonominio pagrindimo. Konstrukcijos ekonomiškumas, pakankamas stiprumas ir eksploatacinis saugumas sukelia konstravimo proceso prieštarumą, o tai konstravimą paverčia kompromisų menu.

2. Stiprumo teorijų pagrindinės sąvokos

2.1 Įtempimai

Išorinės apkrovos deformuodamos kūną, iššaukia jo pasipriešinimą deformacijai, teorijoje vertinama įtempimų sąvoka:



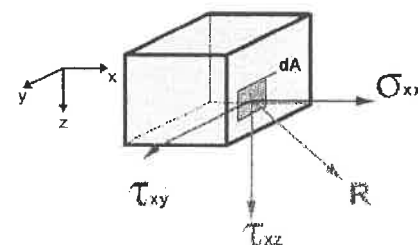
1 pav. Tempiamas strypas

Jeigu strypą, kurį veikia jėga „F“ perpjausime, tai pjūvio plokštumoje turi veikti jėgos, kurių atstojamoji būtų pusiausvyroje su jėga „F“ (tik taip bus išlaikyta atpjauto kūno dalies pusiausvyra)

Tikintis, kad vidinės jėgos tolygiai pasiskirstytos visame plote, tai galime užrašyti ne integralinėje formoje;

$$\sigma = \frac{F}{A} \text{ - tai įtempis}$$

Įtempis, kaip ir jėga yra vektorinis dydis. Jeigu įtempis nėra statmenas pjūvio plokštumai, jį kaip ir jėgą-vektorių, galime suskaidyti į dedamąsias pagal koordinatų ašis. Dekartinėje koordinatų sistemoje tai pavaizduota 2 pav.



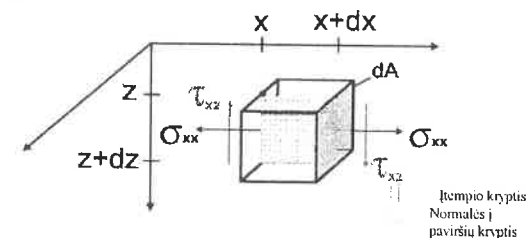
2 pav. Įtempis elementariame plotelyje

Įtempis arba įtempio dedamoji, esanti statmena pjūvio plokštumai vadinamas **normaliniu įtempiu**. Normaliais įtempis gali būti tempimo arba gniuždymo įtempio. Normaliais įtempis žymimas graikiška raide (sigma) σ

Įtempis arba bendro įtempio dedamosios, lygiagrečios pjūvio plokštumai vadinamos tangentiniais įtempiais ir žymimos graikiška raide (tau) τ .

Jeigu elementarų kubą apkrauti vienoje plokštumoje normaliniu ir tangentine įtempio, kai parodyta 3 pav., tai suprasime, kad toks elementas negali būti pusiausvyroje (tangentinis įtempis suks elementą). Tik tada, kai pridėsime priešingos krypties sukimo momentą (iš tangentinių įtempių) statmenose plokštumose elementas bus pusiausvyroje.

(Taip vadinamas tangentinių įtempių dualumo dėsnis)



3 pav.: Įtempiai elemente

Tangentinių įtempių pusiausvyros sąlyga

Reiškia tangentiniai įtempiai veikia poromis. Jeigu kurioje nors plokštumoje veikia tangentiniai įtempiai tai statmenoje plokštumoje turi veikti tokio pat dydžio bet priešingos sukimo krypties tangentiniai įtempiai. Tangentiniai įtempiai veikia tik plokščiam ir erdviniam įtempimų būviuose. Įtempių vienetu SI sistemoje priimtas paskalis [Pa] Čia $1 \text{ Pa} = 1 \text{ N/m}^2$. Dokumentuose įtempiai gali būti nurodyti ir [N/mm²], megapaskaliais [MPa], arba Gigapaskaliais [GPa]:

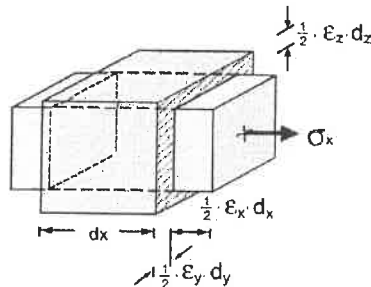
$$1 \text{ MPa} = 1 \text{ N/mm}^2 = 10^6 \text{ Pa}$$

$$1 \text{ GPa} = 10^3 \text{ MPa} = 10^9 \text{ Pa}$$

Šiose лекcijose įtempiai bus užduodami [N/mm²], suprastintame variante [kN/cm²]; $1 \text{ kN/cm}^2 = 10 \text{ N/mm}^2$.

2.2 Formos pokytis

Kiekvienas kūnas arba konstrukcinis elementas, veikiant išorinėms jėgoms, keičia savo formą ir matmenis. Jeigu kūnas, veikiamas išorinių jėgų ilgėja, tai tokia deformacija vadinama **išilgine deformacija**. Išilginės deformacijos intensyvumą patogiu išreikšti santykyje su pradiniu ilgiu - tai santykinė linijinė deformacija. Santykinė linijinė deformacija žymima graikiška raide (epsilon) ϵ . Santykinė linijinė deformacija galėtų būti išreikšta [mm/m], procentais, promilėmis arba bedimensiniu dydžiu, jeigu skaitiklis ir vardiklis turės tą patį ilgio matmenį. Žinoma, patogiausias bedimensinis dydis ir naudojamas

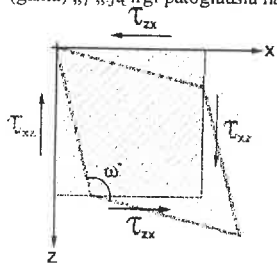


4 pav.: Elementaraus kubo išilginė deformacija

$$\epsilon = \frac{\Delta l}{l}$$

Pastaba: Normaliniai įtempiai iššaukia linijinę deformaciją

Deformuojantis elementui gali kisti ne tik jo linijiniai matmenys, bet ir buvę kampai (kinta forma). Kampų pokytį vadina kampine deformacija arba elemento šlytimi. Šlyties deformacija žymima graikiška raide (gamma) „γ“, ją irgi patogiausia naudoti bedimensinėje formoje, o ne procentais arba promilėmis.



5 pav. Elemento šlyties schema plokštumoje

$$\gamma = \omega = \frac{\pi}{2}$$

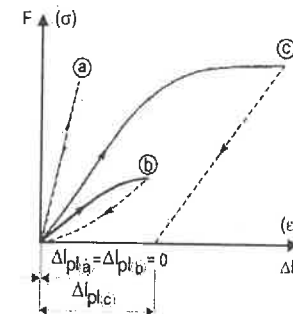
Pastaba: Tangentiniai įtempiai lydi šlyties deformaciją

3. Medžiagų būviai ir charakteristikos

Veikiant pakrovai, medžiagoje atsiranda deformacijos, medžiagos tampriosios dalelių sukibimo jėgos priešinasi tai deformacijai ir sukelia įtempius. Suprantama, kad kiekvienos medžiagos dalelių sukibimo jėgos turi skirtingas ribines reikšmes ir vienodos deformacijos gali sukelti skirtingus įtempius.

3.1 Huko dėsnis linijiniame įtempių būvyje

Priklausomai nuo medžiagos savybių medžiaga, esanti linijiniame įtempių būvyje gali deformuotis a) linijiniai tampriai, b) nelinejiniai tampriai, c) tampriai- plastiškai



6 pav. Įvairių medžiagų apkrovimo ir nukrovimo dėsningumai

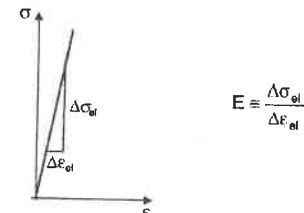
Čia a) linijiniai tampriai medžiaga; b) nelinejiniai tampriai; c) tampriai plastiška medžiaga

Esant tampriai deformacijai po nukrovimo liekamųjų deformacijų (pokyčių) nelieka. Esant tampriai - plastinei deformacijai po nukrovimo lieka dalis deformacijos, kaip negrįžtama dedamoji. Realūs plienai linkę tampriai - plastiškai deformuotis, liekamosios deformacijos yra tiek mažos, kad tam tikrose ribose (iki proporcingumo ribos) plienus patogiu laikyti idealiai tampriais. Tada įtempiai laikomi tiesiai proporcingi deformacijoms.

Pirmas šį dėsningumą nustatė anglų fizikas Robertas Hukas [Robert Hooke] (1635-1693). Šis nustatytas dėsningumas sudaro tamprumo teorijos pagrindą. Proporcionalumo koeficientas (tamprumo modulis-Jungo modulis) buvo pažymėtas raide „E“. Ir tapo keistu proporcingumo koeficientu, turinčiu įtempio dimensiją (proporcingumo koeficientai - paprastai bedimensiniai dydžiai).

3.2 Tamprumo modulis

E-paprastai vadinamas tamprumo moduli. Europinėje dalyje (ypač anglų techninėje literatūroje) tai Jungo modulis (T. Young) - anglų fizikas, gydytojas, egiptologas (1773-1829). Tamprumo modulis charakterizuoja medžiagos tampriąsias savybes (standumą), o sąlyginėje įtempių deformacijų diagramoje charakterizuoja diagramos polinkio kampo tangentą. Kuo kampas su ϵ ašimi mažesnis tuo tamprumo modulis mažesnis



7 pav. E-kaip polinkio kampo charakteristika

3.02	Medžiagų stiprumo pagrindai	IWE
------	-----------------------------	-----

E modulis- specifinė medžiagos charakteristika, priklausanti nuo medžiagos vidinių tarpkristalinių ryšių, kristalų sandaros ir mažai priklauso nuo medžiagos būvio (grūdimo, šaltos deformacijos ir t.t.) Tamprumo modulis žinyuose paprastai duodamas vienodas visai medžiagos grupei (pav. plienams $2,1 \cdot 10^{11}$ Pa)

1 lentelė. Kai kurių metalų tankis ρ , tamprumo modulis E ir Puasono koeficientas μ

Medžiaga	ρ [kg/dm ³]	E [GPa]	μ [-]
Plienai	7,85	190-210	0,30
Aluminio lydiniai	2,7	70-75	0,33
Titano lydiniai	4,6	110-125	0,36
Pilkieji špižiai	7,2	80-120	0,25

Huko dėsnis viena iš svarbiausių stiprumo teorijos hipotezių leidžiančių rasti įtempius konstrukcijose pagal išmatuotas deformacijas, arba pagal turimas apkrovas apskaičiuoti laukiamas deformacijas.

3.3 Puasono koeficientas

Pavyzdžiui tempiant strypą jis ne tik ilgėja bet ir susitraukia skersine kryptimi. Tempiant matmenys skersine kryptimi mažėja, o gniuždam didėja. Tamprumo ribose egzistuoja tamprus fizikinis ryšys tarp išilginių ir skersinių deformacijų (Jos tarpusavyje proporcingos). Tą proporcingumą pirmas pastebėjo Puasonas [S.D. Poisson] - prancūzų matematikas (1781-1840):

$$\epsilon_q = -\mu \epsilon_l$$

Linijiniame įtempimų būvyje Puasono koeficientas išreiškiamas paprastai

$$\mu = -\frac{\epsilon_q}{\epsilon_l}$$

Sakoma, kad tai santykinės skersinės deformacijos santykis su santykiu išilgine deformacija. Europoje ir anglakalbeje literatūroje Puasono koeficientas žymimas raide ν .

Praktiniuose skaičiavimuose Puasono koeficientas varijuoja tarp 0,25-0,5

Metalams Puasono koeficientas varijuoja tarp 0,25 ir 0,40. (tamprumo teorijos skaičiavimuose priimame lygiu 0,3)

3.4 Šlyties modulis

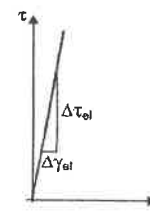
Toks pats proporcingumas kaip tarp σ ir ϵ , egzistuoja ir tarp tangentinių įtempimų τ ir šlyties deformacijos γ , tik proporcingumo koeficientas čia vadinamas šlyties moduliu ir žymimas „G“

$$\tau = G \gamma$$

Šlyties modulis irgi turi įtempio dimensiją.

Šlyties modulis irgi lygus diagramos τ - γ palinkimo kampo tangentui su γ ašimi.

3.02	Medžiagų stiprumo pagrindai	IWE
------	-----------------------------	-----



$$G \equiv \frac{\Delta \tau_{el}}{\Delta \gamma_{el}}$$

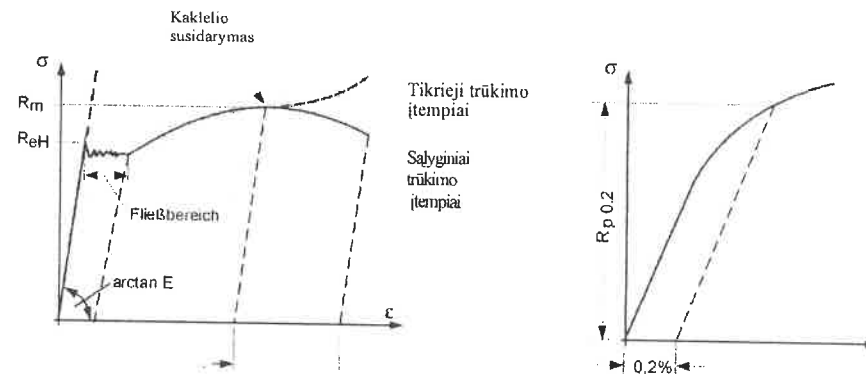
8 pav. Šlyties modulis kaip kampo τ - γ diagramoje interpretacija

Tarp anksčiau nagrinėtų tempriųjų konstantų E, μ ir G izotropinėms medžiagoms egzistuoja tamprus teorinis ryšys. Todėl turint tam tikros medžiagos dvi konstantas – trečioji gali būti rasta iš formulės, arba turi tenkinti formulę. Sakoma, kad tik dvi konstantos yra nepriklausomos.

$$G = \frac{E}{2(1 + \mu)}$$

Dažniausia skaičiuojamas šlyties modulis, pavyzdžiui $E = 210.000 \text{ N/mm}^2$ ir $\mu = 0,3$ gauname $G = 80.769 \approx 81.000 \text{ N/mm}^2$.

3.5 Medžiagos charakteringi parametrai



9 pav. Įtempimų-deformacijų diagramos: a) su ryškiai išreikšta takio aikštele; b) be takio aikštelės

Gaunama tempimo - deformacijų diagrama duoda labai daug ir svarbios informacijos apie medžiagos savybes. Diagramas F - Δl braižo specialios bandymo mašinos, tempiant standartizuotus bandinius. Sąlyginiai įtempiai skaičiuojami pagal formulę:

$$\sigma = \frac{F}{A_0}$$

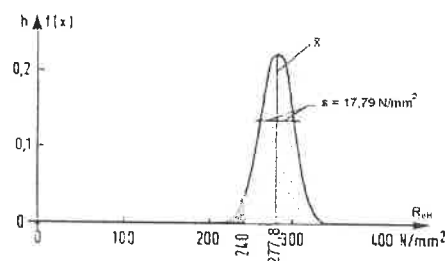
Santykinės linijinės deformacijos:

$$\varepsilon = \frac{\Delta L}{L_0}$$

A_0 – Pradinis skerspjūvio plotas; L_0 – tiriamasis bandinio ilgis ([DIN] 50145). Metalų diagramos gali būti su aiškiai pasireiškusia takio aikštele ir be takio aikštelės. 9 pav. (a) parodyta tipinė nelegiruoto plieno diagrama su ryškia takio aikštele. 9pav. (b) parodyta aukšto stipumo aliuminio lydinio diagrama, diagrama kyla dėl savaiminio metalo susikietinimo deformuojantis. Panašaus pobūdžio diagramas turi ir legiruoti plienai, ypač jeigu jie buvo kokių nors būdu papildomai sukietauti (mechanškai , termiškai arba kombinuotai). Panašias diagramas turi ir ketūs

Stiprumo ir plastiškumo charakteristikos, nustatytos tempimo bandymu turi statistinį charakterį t.y rezultatų sklaidą. Todėl analizuojant tas charakteristikas, reikia analizuoti statistinį rezultatų išsidėstymą bandymo rezultatų bazėje.

Žemiau pateiktame paveiksle pavaizduota konstrukcinio plieno S235 viršutinės takio ribos rezultatų pasiskirstymo tankis. Vidutinė reikšmė $\bar{x} = 277,8 \text{ N/mm}^2$, o vidutinė kvadratinė nuokrypa $s = 17,79 \text{ N/mm}^2$. Bendros saugumo koncepcijos rėmuose priimama dėmesin reikšmės sklaida ir reikšmės tikimybė, norint nustatyti norminę medžiagos charakteristiką. Paveiksle norminis dydis priimtas 240 N/mm^2 su tikimybė, kad 98,3 % tikimybė, kad panaudoto metalo charakteristika nebus mažesnė kaip 240 N/mm^2



10 pav. Konstrukcinio plieno S235 takio ribos statistinis pasiskirstymo dėsnis

Takio ir stiprio charakteringi dydžiai medžiagoms ir skaičiuotėms žymimos skirtingai:

	Takis	Stipris
DIN EN 10025-2:2005-04	ReH	Rm
DIN 18800-1:1990-11	fy,k	fu,k

4. Pratybų užduotys

1 užduotis

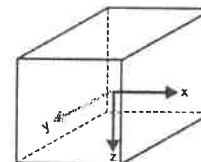
Apskaičiuoti santykinę linijinę deformaciją $l = 1 \text{ m}$ po deformacijos įgijus $1004,5 \text{ mm}$ ilgį

2 užduotis

Prieš deformaciją status kampas ,po deformacijos išmatuotas kampas buvo $\omega^* = 90,45^\circ$ rasti γ

3 užduotis

Ant elementaraus kubo, pagal sutartas žymėjimo taisykles, sužymėkite įtempius τ_{yz} , τ_{xy} ir σ_y .



11 pav. Elementarus kubas su dekartine koordinačių sistema

4 užduotis

Vertikaliai pakabintą plieninę vielą ($l_0 = 5 \text{ m}$, $\varnothing = 5 \text{ mm}$) tempia jėga $F = 10 \text{ kN}$.

Kiek viela pailgės?

Koks vielos tamprumo modulis?

5 užduotis

Rasti 4 užduoties vielos santykinę tūrio deformaciją.

5. Literatūra

1. Lindner, J.; Scheer, J.; Schmidt, H.: Stahlbauten, Erläuterungen zu DIN 18800 Teil 1-4, 3. Auflage. Berlin: Beuth Verlag GmbH; Ernst & Sohn 1998
2. ESDEP, European Steel Design Education Programme. Düsseldorf: Stahl-Information-Zentrum
3. Neumann, A.: Schweißtechnisches Handbuch für Konstrukteure Teil 1; Grundlagen, Tragfähigkeit. Düsseldorf: DVS-Verlag GmbH 1996
4. Neumann, A.: Schweißtechnisches Handbuch für Konstrukteure Teil 2; Stahl-, Kessel- und Rohrleitungsbau. Düsseldorf: DVS-Verlag GmbH 1987
5. Issler, L.; Ruoff, H.; Häfele, P.: Festigkeitslehre, Grundlagen. Berlin, Heidelberg: Springer Verlag 1995

1 uždavotis

$$\epsilon = \frac{\Delta l}{l} = \frac{(1004,5 - 1000) \text{ mm}}{1,0 \text{ m}} = \frac{4,5 \text{ mm}}{1000,0 \text{ mm}} = 0,0045 \hat{=} 4,5 \text{ } /_{\infty} \hat{=} 0,45 \%$$

2 uždavotis

$$\gamma = \varpi^* - \frac{\pi}{2} = 90,45^\circ - \frac{\pi}{2} = 7,85 \cdot 10^{-3} \text{ rad} \hat{=} 7,85 \text{ } /_{\infty} \hat{=} 0,785 \%$$

3 uždavotis

1 pav:

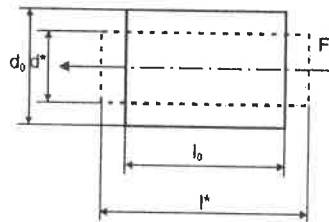
4 uždavotis

$$\sigma = E \cdot \epsilon \Rightarrow \epsilon = \frac{\sigma}{E} = \frac{F/A}{E}$$

$$= \frac{10 \text{ kN} / \frac{\pi \cdot 5,0^2}{4} \text{ mm}^2}{210000 \text{ N/mm}^2} = \frac{10000 \text{ N} / 19,64}{210000} = 0,00243 \hat{=} 2,43 \text{ } /_{\infty}$$

$$\epsilon = \frac{\Delta l}{l} \Rightarrow \Delta l = l \cdot \epsilon = 5000 \text{ mm} \cdot 2,43 \text{ } /_{\infty} = 12,15 \text{ mm}$$

$$c = \frac{F}{\Delta l} = \frac{10000 \text{ N}}{12,15 \text{ mm}} = 823,0 \text{ N/mm}$$

5 uždavotis

$$\frac{l^*}{l_0} = \frac{l_0 + \Delta l}{l_0} = 1 + \frac{\Delta l}{l_0} = 1 + \epsilon_l$$

$$\frac{d^*}{d_0} = \frac{d_0 + \Delta d}{d_0} = 1 + \frac{\Delta d}{d_0} = 1 + \epsilon_d$$

$$\text{und mit } \epsilon_d = -\mu \cdot \epsilon_l, \frac{d^*}{d_0} = 1 - \mu \cdot \epsilon_l$$

Nedeformuotas strypas (l_0)Deformuotas strypas (l^*)

Vielos tūrių santykis prieš deformaciją ir po deformacijos

$$\frac{V^*}{V_0} = \frac{\pi \cdot d^{*2} / 4 \cdot l^*}{\pi \cdot d_0^2 / 4 \cdot l_0} = \left(\frac{d^*}{d_0} \right)^2 \cdot \frac{l^*}{l_0}$$

$$= (1 - \mu \cdot \epsilon_l)^2 \cdot (1 + \epsilon_l)$$

$$= 1 - 2\mu \cdot \epsilon_l + \mu^2 \cdot \epsilon_l^2 + \epsilon_l - 2\mu \cdot \epsilon_l^2 + \mu^2 \cdot \epsilon_l^3$$

$$= 1 + \epsilon_l - 2\mu \cdot \epsilon_l + \mu^2 \cdot \epsilon_l^2 - 2\mu \cdot \epsilon_l^2 + \mu^2 \cdot \epsilon_l^3$$

Antros ir trečios eilės mažus dydžius atmetame

$$\Rightarrow \frac{V^*}{V_0} = 1 + (1 - 2\mu) \cdot \epsilon_l$$

Gauname santykinį tūrio pokytį

$$\frac{\Delta V}{V_0} = \left(\frac{V^*}{V_0} - 1 \right) = (1 - 2\mu) \frac{\Delta l}{l_0}$$

$$= (1 - 2 \cdot 0,3) \frac{12,15}{5000} = 0,000972 = 0,972 \text{ } /_{\infty}$$

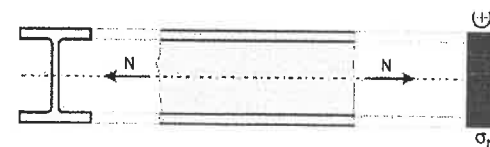
Turinys

1. Skerspjūvis ir įtempiai jame	13
2. Įtempių apskaičiavimas	17
3. Skerspjūvio charakteristikų lentelės	23
4. Užduotys savarankiškam darbui	24
5. Literatūra	25

1. Skerspjūvis ir įtempiai jame

Įtempių pasiskirstymo vaizdas skerspjūvyje dažnai priklauso nuo skerspjūvio formos.

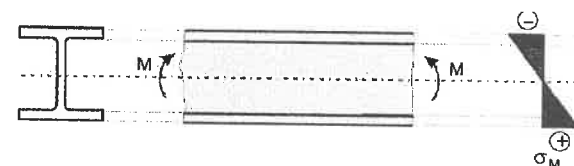
1.1 Normaliniai įtempiai nuo ašinės jėgos



1 pav. Įtempiai nuo ašinės jėgos (įrašos)

Deformacijų matavimai tempiamo skerspjūvio perimetre rodo, kad deformacijos visame perimetre vienodos, o tai leidžia daryti išvadą, kad ir įtempiai skerspjūvyje pasiskirsto tolygiai. Tempimo įtempius priimta laikyti teigiamais, o gniuždymo – neigiamais.

1.2 Įtempiai lenkiant

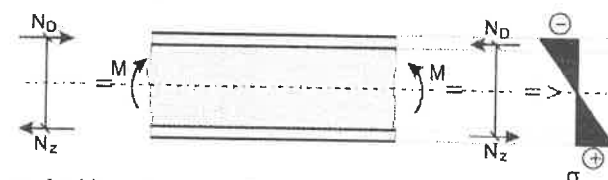


2 pav. Įtempiai lenkiant

Lenkiant normaliniai įtempiai pasiskirsto pagal pasvirusią tiesę, per neutralųjį sluoksnį keičiant įtempių ženklą. Skaičiuojant stiprumui, tenka orientuotis į maksimalius įtempius, kurie randasi toliausiai nuo neutralaus sluoksnio nutolusiuose skerspjūvio taškuose.

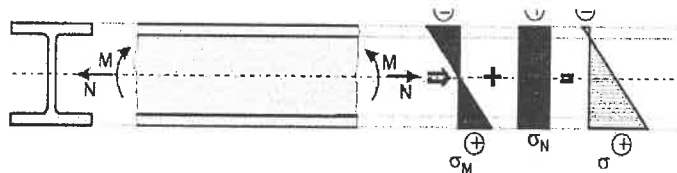
Pastaba:

Kiekvieną momentą galima pakeisti, tam tikram atstume, lygiagrečiai veikiančių, priešingų krypčių jėgų dvejetu.



3 pav. Lenkimo momento analogija

1.3 Įtempiai, algebiškai sumuojant įtempius nuo lenkimo momento ir ašinės jėgos



4 pav. Normaliniai įtempiai sumuojami algebiškai

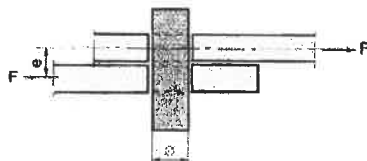
Tiek nuo lenkimo momento, tiek nuo ašinės jėgos atsiranda normaliniai įtempiai, veikia tos pačios ašies kryptimi, todėl gali būti sudėti algebiškai.

1.4 Įtempiai nuo skersinės jėgos

Tangentiniai įtempiai nuo skersinės jėgos skerspjūvyje (pagal aukštį) pasiskirsto pagal kreivę, bet kirpimo, skėlimo uždaviniuose priimama, kad jie pasiskirsto tolygiai, o tai labai suprastina skaičiavimą, nelabai pakenkiant skaičiavimo tikslumui.

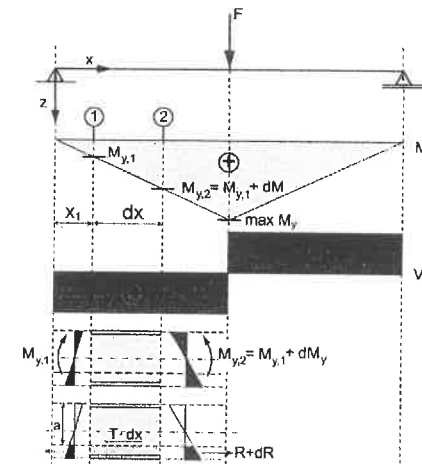
Skersinės jėgos iššaukia:

a) tangentinius (kirpimo) įtempius τ , dvi vienodos jėgos veikia labai artimose plokštumose („e“ labai mažas), skersai strypo ašiai ir taip kerpa strypą. Strypo kerpamame skerspjūvyje atsiranda tangentiniai pasipriešinimo įtempiai.



5 pav. Apvalaus strypo kirpimo schema (gali būti varžtas, kniedė ir kt.)

b) skersinio lenkimo metu be normalinių įtempių „ σ “ nuo lenkimo momento atsiranda ir tangentinių įtempių „ τ “, tai būtų galima pademonstruoti sekančiu pavyzdžiu. Išpjaukime iš sijos elementą ir išnagrinėkime jo pusiausvyrą



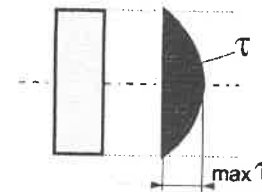
6 pav. skersinio lenkimo pavyzdys

Nuo elemento dx apačios atskėlus mažą žiauberėlę, matyti, kad veikiant iš vienos pusės momentui M_y , o iš kitos pusės $M_y + dM_y$, žiauberėlėje veikia skirtingos ašinės jėgos R ir $R + dR$. Jas pagimdo iš vienos pusės veikiantis įtempis σ , o iš kitos pusės $\sigma + d\sigma$. Kad atpjautoji žiauberėlė būtų pusiausvyroje tenka pridėti tangentinę jėgą „ Tdx “. Jeigu priimti, kad pagal plotį tangentiniai įtempiai pasiskirsto tolygiai, tai tangentinę jėgą galime pakeisti dydžiu $\tau \cdot b \cdot dx$. Išnagrinėjus to elemento pusiausvyrą, gautume matematinę tangentinio įtempio, esant skersiniam lenkimui išraišką (sovietų vadintą Žuravskio formulę).

Remiantis tangentinių įtempių dualumo dėsniu, teigiame, kad ir vertikaliai veikia tokio pat dydžio, bet priešingos sukimo krypties tangentiniai įtempiai.

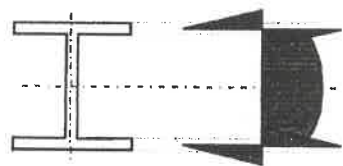
$$\tau = \frac{T}{b} \left[\text{N/mm}^2 \right].$$

Gautoji matematinė išraiška teigia, kad tangentiniai įtempiai stačiakampiame skerspjūvyje pasiskirsto pagal žemiau pavaizduotą dėsnį (parabolę).



7 pav. tangentinių įtempių pasiskirstymas stačiakapiame skerspjūvyje

Tangentinių įtempių pasiskirstymas dvitejiniame skerspjūvyje.



8 pav. tangentių įtempių pasiskirstymas dvitejiniame skerspjūvyje

2. Įtempių apskaičiavimas

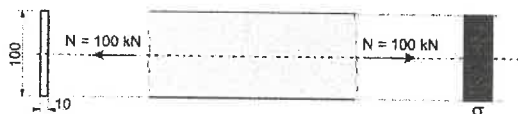
Parengiant, tokius įtempius atlaikančio skerspjūvio, reikia įvertinti tiek normalinius, tiek tangentinis įtempius. Normalinius įtempius tarpusavyje galima sudėti algebriskai, taip pat galime sumuoti ir tangentinis įtempius. Normalinius įtempius sumuoti sutangentiniais įtempiais (ieškoti ekvivalentinius įtempius) galima tik remiantis specialiomis irimo hipotezėmis

2.1 Įtempiai nuo normalinių įrašų:

$$\sigma = \frac{N}{A} \quad [\text{N/mm}^2]$$

Čia "A" skerspjūvio plotas.

Pavyzdys



9 pav. Lakštą temptant ašinei jėgai įtempiai randami

$$\sigma = \frac{N}{A} = \frac{100000}{0,1 \cdot 0,01} = 100 \text{ MPa}$$

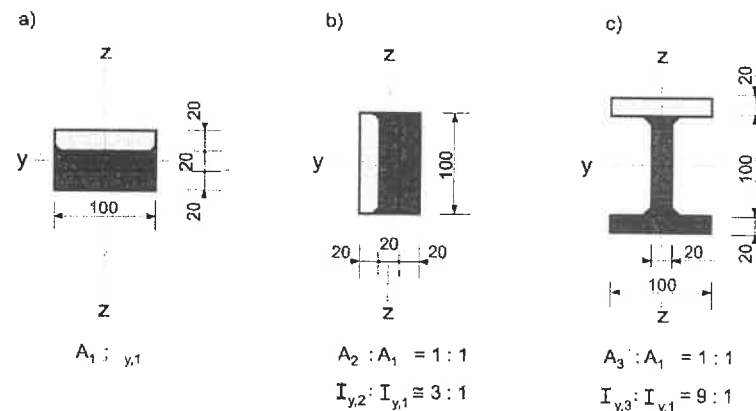
Įtempiai nuo lenkimo momento, randami

$$\sigma = \frac{M_y}{I_y} \cdot z \quad [\text{N/mm}^2]$$

$I_x (I_y)$ skerspjūvio inercijos momentas įvertinantis skerspjūvio sugebėjimą atlaikyti lenkimo momentą, jais įvertinama lenkimo skerspjūvio formą (juo ploto didesnė dalis nutolinta nuo lenkimo ašies, tuo jo inercijos momentas didesnis- tuo mažesni įtempiai nuo lenkimo)

Priminimas:

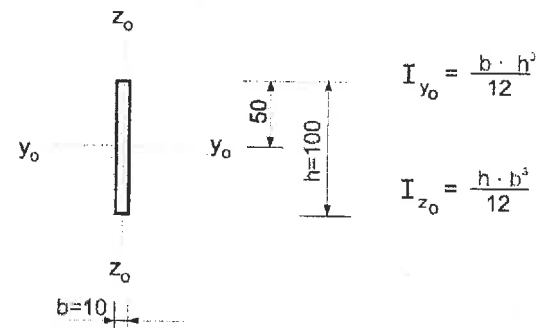
Tas pats plotas (vienodas tempimui), kitaip pastatytas, gali atlaikyti labai skirtingus lenkimo momentus (nes bus skirtingi inercijos momentai)



10 pav. Skerspjūvio komponavimo variantai

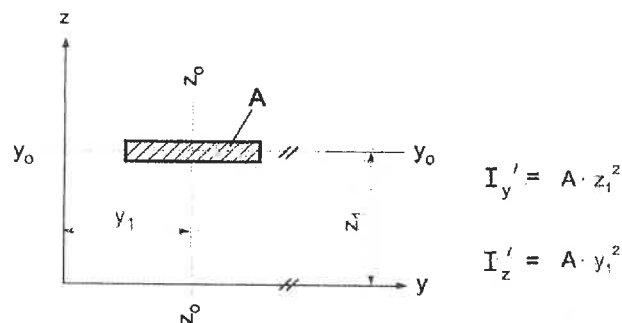
Skaičiuojant lenkimo ar sukimo įtempius, skerspjūviai dažnai būna sudaryta iš standartinių profilių arba elementariausių figūrų (skritulių, stačiakampių, trikampių), todėl, patogumo dėlei, apskaičiuojamos tokių, dažnai pasitaikančių skerspjūvių inercijos momentai nuosavų centrinių ašių atžvilgiu.

Pav. stačiakampio inercijos momentai nuosavų centrinių ašių atžvilgiu



10 pav. Stačiakampio inercijos momentai

Bet, ne visada skerspjūvis yra lenkiamas apie savo centrinę ašį, todėl turimą (dažnai lentelėse duodama) inercijos momentą reikia mokėti perskaičiuoti apie tas ašis, apie kurias lenkiamas (sukamas) skerspjūvis.



11 pav. Priedas prie turimo inercijos momento

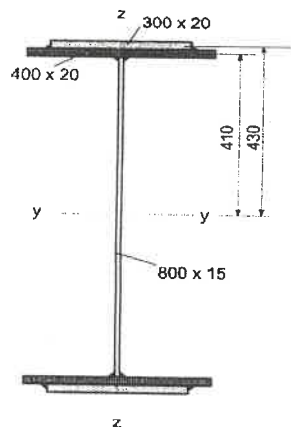
Galutinis inercijos momentas gaunamas, kaip dviejų narių suma

$$I_y = I_{y_0} + I_y'$$

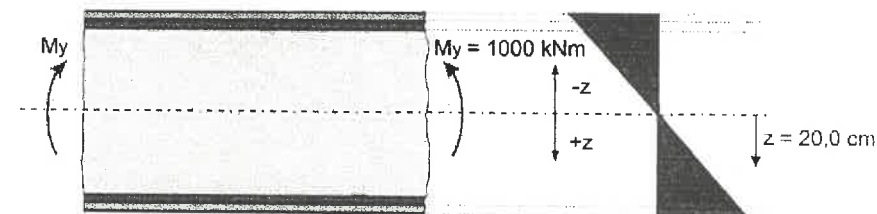
Jeigu skerspjūvis susideda iš kelių figūrų ir tų atskirų figūrų inercijos momentai jau perskaičiuoti apie tas ašis, apie kurias lenkiamas (sukamas) skerspjūvis, tai bendras inercijos momentas gaunamas sumuojant

$$I_y = \sum_{i=1}^n I_{y_i}$$

Pavyzdys:



12 pav. Dvitejinis skerspjūvis su sustiprintomis kraštinėmis juostomis



13 pav. Normalinių įtempių pasiskirstymas tokiame skerspjūvyje

$$\sigma = \frac{M \cdot y}{J_x}$$

$$\sigma_{\max} = \frac{M}{W_x}$$

Maksimaliems įtempiams randami, dalijant iš taip vadinamo atsparumo momento:

$$W_y = \frac{I_y}{\max z} [\text{cm}^3]$$

und

$$\max \sigma = \frac{M_y}{W_y} [\text{N/mm}^2]$$

2.3 Įtempiai nuo skersinės įrąžos:

- Vidutiniai tangentiniai įtempiai

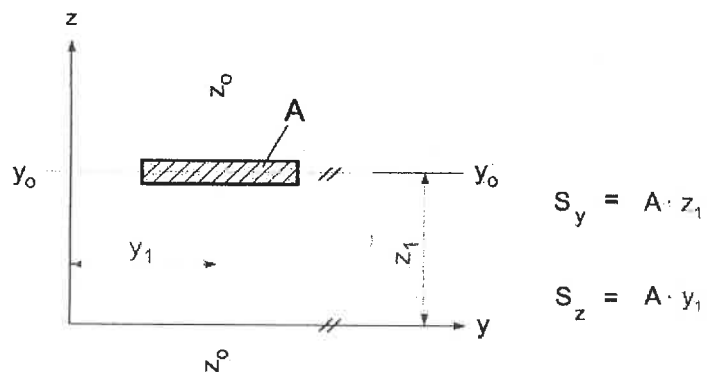
$$\tau = \frac{F}{A} [\text{N/mm}^2]$$

- Tiksliau tangentiniai įtempiai skaičiuojami pagal sekančią formulę (Žuravskio formulė)

$$\tau = \frac{V_z \cdot S_y}{I_y \cdot t} [\text{N/mm}^2]$$

S_y – reiškia pjūvio, virš nagrinėjamo sluoksnio, statinis momentas svarbiausių ašių (lenkimo ašių) atžvilgiu.

- Statinis momentas

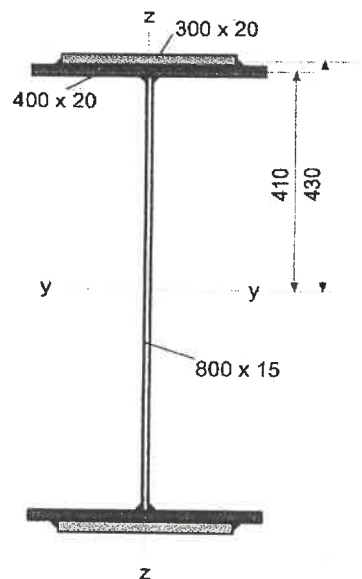


14 pav. Ploto statinio momento skaičiavimo pavyzdys

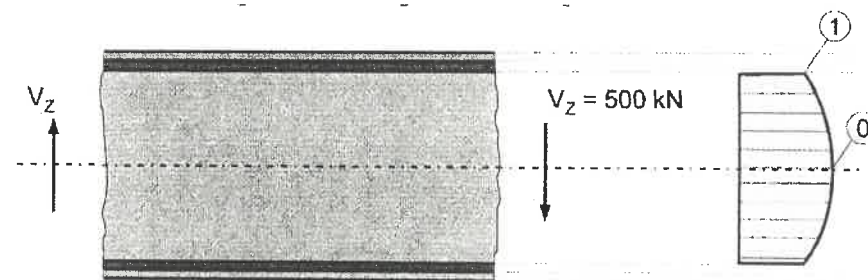
Skaičiuojant virš nagrinėjamo sluoksnio esančio ploto statinį momentą, jeigu tas plotas susideda iš kelių plotų, tai statinius momentus galima sumuoti.

$$S_y = \sum_{i=1}^n S_{y,i}$$

Pavyzdys:



15 pav. Sudėtinis skerspjūvis

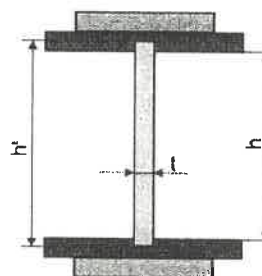


16 pav. Tangentinių įtempių pasiskirstymas skerspjūvio sienelėje

$$\tau_1 = \dots =$$

$$\max \tau = \tau_0 = \dots =$$

Dvitejiniams (dežutės profilio) skerspjūviams leidžiama tangentinius įtempius paskaičiuoti pagal suprastintas formules:

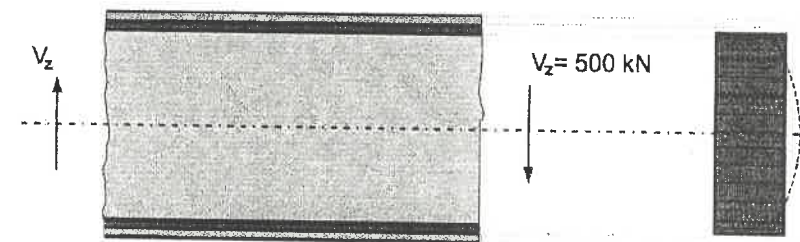


$$\tau_m = \frac{V}{A_{\text{steg}}} \quad [\text{N/mm}^2]$$

$$A_{\text{steg}} = t \cdot h'$$

17 pav. Suprastinto sąlyginio ploto apskaičiavimas $A_{\text{steg}} (=A_{\text{aen}})$

Pavyzdys:

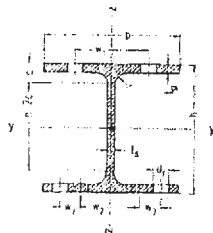


18 pav. Suprastinto skaičiavimo tangentinių įtempių pasiskirstymo diagrama ir tikro pasiskirstymo kontūras

$$\tau_m = \dots =$$

3. Skerspjūvio charakteristikų lentelės

(Norint skaičiuotojams sutaupyti laiko, standartiniams profiliams skerspjūvio charakteristikos apskaičiuojamos mašininėmis priemonėmis ir pateikiamos lentelių pavidale, bet paplitus kompiuterinėms skerspjūvio charakteristikų skaičiavimo programoms, tai sėkmingai atliktu be kurio kompiuteris)



Breite I-Träger – Dvitėjinis su plačiomis lentynėlėmis skerspjūvis.

Eilė HE-B = IPB

Eilė HL didelio aukščio su ypatingai plačiomis lentynėlėmis

Profilo aukštis iki 300 mm; sijų ilgiai nuo 8 m iki 16 m
300 mm ir daugiau nuo 8 m iki 18 m

Kurz- bezeichnung	Maße in mm für						A _{fl}	A	G	Für die Biegeachsen										S _y	Flächenmomente nach DIN 997 Ausg. Okt. 1970			
	h	p	t _f	t _w	r	n·2c				y-y	z-z	I _y	I _z	W _y	W _z	I _y	I _z	W _y	W _z		I _y	I _z	W _y	W _z
Reihe HE-B = I PB nach DIN 1025 Teil 2, Ausgabe März 1994																								
100	100	100	6	10	12	56	5,40	88,0	20,4	460	66,9	4,16	167	83,5	2,53	8,63	18	56	—	—	—	—	—	—
120	120	120	6,5	11	12	74	7,08	124,0	26,7	694	144	5,04	318	102,9	3,08	10,5	17	66	—	—	—	—	—	—
140	140	140	7	12	12	99	9,96	180,0	33,7	1010	219	6,38	560	170,5	3,58	12,3	21	78	—	—	—	—	—	—
160	160	160	8	13	15	104	11,8	240,0	42,6	1400	311	8,78	889	241	4,85	14,1	23	96	—	—	—	—	—	—
180	180	180	8,5	14	16	122	14,1	300,0	51,2	1830	428	10,6	1260	321	5,57	15,3	25	102	—	—	—	—	—	—
200	200	200	9	16	16	134	16,5	360,0	61,0	2300	570	12,84	1660	428	6,40	17,7	28	110	—	—	—	—	—	—
220	220	220	9,5	16	18	152	19,4	420,0	71,5	2800	729	15,43	2040	538	7,58	19,0	30	120	—	—	—	—	—	—
240	240	240	10	17	21	164	22,3	480,0	82,3	3300	899	18,03	2420	648	8,68	21,4	32	130	—	—	—	—	—	—
260	260	260	10,5	17,5	24	177	24,2	540,0	93,0	3800	1070	20,63	2800	758	9,78	23,8	34	140	—	—	—	—	—	—
280	280	280	11	18	24	190	27,5	600,0	103	4300	1240	23,23	3180	868	10,88	26,2	36	150	—	—	—	—	—	—
300	300	300	11	18	27	208	30,9	660,0	117	4800	1410	25,83	3560	978	11,98	28,6	38	160	—	—	—	—	—	—
320	320	300	11,5	20,5	27	225	34,4	720,0	127	5300	1580	28,43	3940	1088	13,08	31,0	40	170	—	—	—	—	—	—
340	340	300	12	21,5	27	242	38,2	780,0	134	5800	1750	31,03	4320	1198	14,18	33,4	42	180	—	—	—	—	—	—
360	360	300	12,5	22,5	27	261	42,2	840,0	142	6300	1920	33,63	4700	1308	15,28	35,8	44	190	—	—	—	—	—	—
400	400	300	13,5	24	27	298	50,8	960,0	155	7100	2190	38,23	5080	1518	17,38	38,2	48	200	—	—	—	—	—	—
450	450	300	14	26	27	344	59,4	1080,0	171	7900	2460	42,83	5460	1728	19,48	40,6	52	210	—	—	—	—	—	—
500	500	300	14,5	28	27	390	68,4	1200,0	187	8700	2730	47,43	5840	1938	21,58	43,0	56	220	—	—	—	—	—	—
550	550	300	15	29	27	438	78,1	1320,0	199	9500	3000	52,03	6220	2148	23,68	45,4	60	230	—	—	—	—	—	—
600	600	300	15,5	30	27	496	88,3	1440,0	212	10300	3270	56,63	6600	2358	25,78	47,8	64	240	—	—	—	—	—	—
650	650	300	16	31	27	534	99,0	1560,0	225	11100	3540	61,23	6980	2568	27,88	50,2	68	250	—	—	—	—	—	—
700	700	300	17	32	27	582	114	1680,0	238	11900	3810	65,83	7360	2778	29,98	52,6	72	260	—	—	—	—	—	—
800	800	300	17,5	33	30	674	134	1920,0	262	13700	4340	74,43	8220	3138	33,58	58,2	80	280	—	—	—	—	—	—
900	900	300	18,5	35	30	770	150	2160,0	291	15500	4870	83,03	9080	3500	37,18	63,8	88	300	—	—	—	—	—	—
1000	1000	300	19	36	30	866	163	2400,0	314	17300	5400	91,63	9940	3862	40,78	68,4	96	320	—	—	—	—	—	—
HL-Profil mit besonders breiten Flanschen und großen Höhen (nicht genormt) (Mandantentoleranz erforderlich)																								
1000 AA	970	400	15,5	21	30	869	157	329	256	104 400	10 400	39,2	22 450	11 33	8,26	94,9	31	106	65	—	—	—	—	—
A	990	400	16,5	21	30	869	158	400	321	106 400	10 400	41,3	23 120	11 656	9,00	98,2	31	106	65	—	—	—	—	—
B	1000	400	19	26	30	869	183	472	371	112 100	10 240	41,8	24 080	12 624	9,03	99,7	31	106	65	—	—	—	—	—
M	1008	400	21	21	40	869	203	624	417	120 800	10 050	41,7	25 410	13 600	9,12	102,0	31	106	65	—	—	—	—	—
477	1018	494	25,5	45	30	869	249	608	477	104 700	10 570	41,5	24 810	14 560	9,03	98,2	31	106	65	—	—	—	—	—
554	1032	408	25,5	52	30	869	295	708	554	128 000	10 880	41,8	25 100	15 520	9,15	99,8	31	106	65	—	—	—	—	—
642	1040	412	34	80	30	869	336	818	642	148 000	10 780	42,1	25 200	16 480	9,27	101,4	31	106	65	—	—	—	—	—
748	1066	417	35	70	30	869	389	953	748	173 200	10 430	42,6	25 110	17 440	9,45	104,4	31	106	65	—	—	—	—	—
1160 A	1060	400	18	31	20	958	191	436	343	107 400	10 920	44,8	23 123	15 560	8,71	96,1	31	122	60	—	—	—	—	—
B	1100	400	20	36	20	958	213	487	390	109 000	10 820	45,0	23 480	15 924	8,80	96,7	31	122	60	—	—	—	—	—
M	1108	422	22	40	20	958	235	561	431	112 000	10 900	45,3	23 410	16 190	8,87	97,2	31	122	60	—	—	—	—	—
R	1118	400	26	45	20	958	278	635	484	124 000	10 150	45,1	23 680	16 408	8,87	97,2	31	122	60	—	—	—	—	—

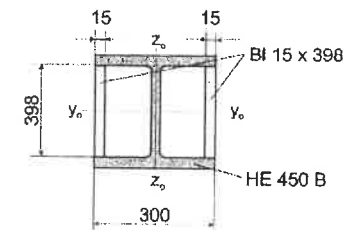
* Die Zahlenwerte geben die Normhöhe in mm und das Gewicht in kg/m an.

19 pav. Duomenų lentelė (išrašas iš plieninių profilių - 20 leidimas)

4. Užduotys savarankiškam darbui

1 užduotis

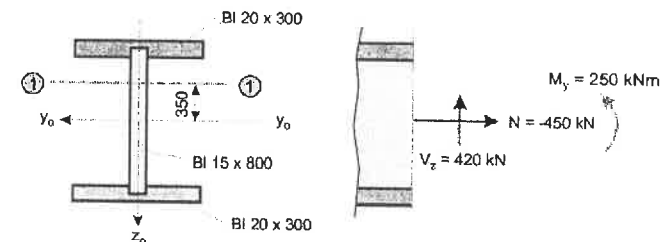
Rasti inercijos momentus I_y ir I_z ašių y_0 ir z_0 atžvilgiu. (Standartinio profilio HE 450 B geometrinės charakteristikas paimti iš 19 pav.)



20 pav. Sustiprintas HE 450 B profilis

2 užduotis

Raskite normalinius σ ir tangentinius τ_m parodyto skerspjūvio pjūvyje 1-1



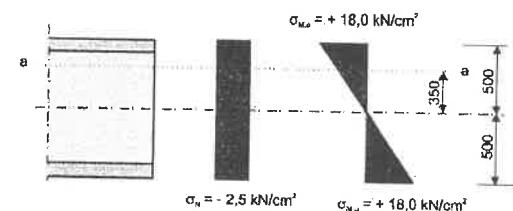
21 pav. Dvitęjinį profilį veikia lenkimo momentas ir skersinė įrūža

3 užduotis

Kokie įtempiai bus aukštyje a-a, jeigu įtempių diagramų maksimalūs dydžiai žinomi?

$$W_y = 1600 \text{ cm}^3$$

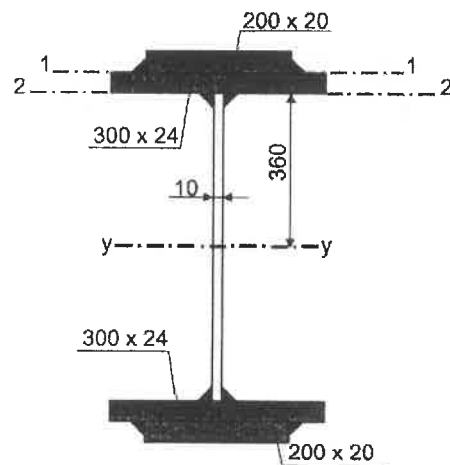
$$A = 140 \text{ cm}^2$$



22 pav. Įtempių pasiskirstymo grafikai

4 užduotis

Kokio dydžio skerspjūvio statiniai momentai pjūviuose (sluoksniuose) 1-1, 2-2 ir y-y?



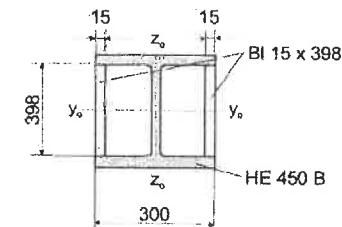
23 pav. Sudėtinis skerspjūvis

5. Literatūra

1. Lindner, J.; Scheer, J.; Schmidt, H.: Stahlbauten, Erläuterungen zu DIN 18800 Teil 1-4, 3. Auflage. Berlin: Beuth Verlag GmbH; Ernst & Sohn 1998
2. ESDEP, European Steel Design Education Programme. Düsseldorf: Stahl-Informations-Zentrum
3. Neumann, A.: Schweißtechnisches Handbuch für Konstrukteure Teil 1; Grundlagen, Tragfähigkeit. Düsseldorf: DVS-Verlag GmbH 1996
4. Neumann, A.: Schweißtechnisches Handbuch für Konstrukteure Teil 2; Stahl-, Kessel- und Rohrleitungsbau. Düsseldorf: DVS-Verlag GmbH 1987
5. Kahlmeyer, E.: Stahlbau nach DIN 18800 (11.90); Bemessung und Konstruktion. Träger, Stützen, Verbindungen, 3. Auflage. Düsseldorf: Werner - Verlag GmbH 1998
6. Hofman, H.-G.; Sahmel, P.; Veit, H.-J.: Grundlagen der Gestaltung geschweißter Stahlkonstruktionen. Düsseldorf: DVS-Verlag GmbH 1993

Sprendimų lakštai

1 užduotis



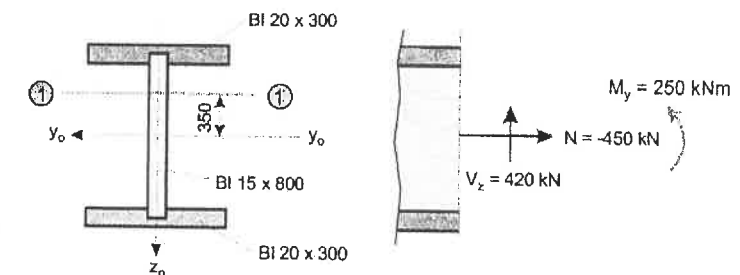
1 pav. Sustiprintas profilis HE 450 B

a) Inercijos momentas y_0 - y_0 ašies atžvilgiu

$$I_y = I_y(I) + 2 \cdot I_y(BI) \\ = 79.890 \text{ cm}^4 + 2 \cdot \frac{15 \cdot 39,8^3}{12} \text{ cm}^4 = 95.651 \text{ cm}^4$$

b) Inercijos momentas z_0 -ašies atžvilgiu

$$I_z = I_z(I) + 2 \cdot A(BI) \cdot z^2 \\ = 11.720 \text{ cm}^4 + 2 \cdot (15 \cdot 39,8) \cdot 14,25^2 = 35.966 \text{ cm}^4$$

2 užduotis

2 pav. Suvirintas dvitejinis profilis